

SCOPO Nell'esempio seguente si mostrano vari metodi di studio di un sistema LTI in funzione del segnale in ingresso.

TESTO Sia $y[n] = 0,5y[n-1] - 0,04y[n-2] + 2x[n]$
Domanda 1 E' stabile?

Domanda 2 Determinare l'uscita con i seguenti ingressi:

• $x[n] = 3\delta[n]$ singolo impulso

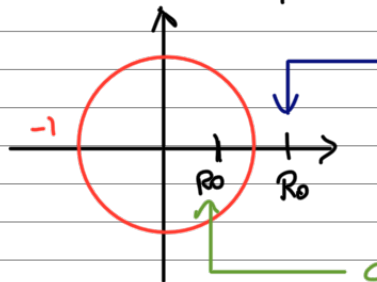
• $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi n}{3}\right)$ coseno infinito

• $x[n] = 5u[n]$ sequente infinito

• $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi n}{3}\right)u[n]$ coseno semi-infinito

CRITERIO DI STABILITA' La ROC della funzione di trasferimento deve contenere il cerchio di Raggio unitario.

CONDIZIONE DI STABILITA' La funzione $y[n]$ è ricorsiva in avanti e rappresenta un sistema LTI di tipo IIR. La risposta impulsiva è una sequenza del tipo monotonica che converge nella regione di piano $\{z: |z| > R_0\}$. Se assumiamo che R_0 è il massimo dei moduli dei poli della funzione di trasferimento otteniamo le seguenti due condizioni di cui solo una è quella in cui il sistema è stabile



Con $|R_0|$ esterno al cerchio non è rispettata la condizione di conv. della TDF (cerchio di Raggio unitario)

Con R_0 interno al cerchio di Raggio unitario si rispetta la condizione di convergenza, inoltre essendo R_0 in modulo maggiore di tutti gli altri poli implica che un sistema è stabile quando tutti i poli sono interni al cerchio di Raggio unitario

RICERCA DEI POLI di $H(z)$ $y(z) = 0,5z^{-1}y(z) - 0,04z^{-2}y(z) + 2x(z)$

$$H(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{2}{1 - 0,5z^{-1} + 0,04z^{-2}} = \frac{2z^2}{z^2 - 0,5z + 0,04}$$

$$z_{1,2} = \frac{0,5 \pm \sqrt{0,25 - 0,16}}{2} = \frac{0,5 \pm 0,3}{2} \Rightarrow \{z_1, z_2\} = \{0,4, 0,1\}$$

i poli sono tutti interni al cerchio di Raggio unitario.

CONCLUSIONI il sistema è stabile perché tutti i poli sono interni al cerchio di Raggio unitario.

Questions / Note	Scope	Studio con risposte impulsive	Page
PERCHE'		Lo studio del sistema con l'uso delle risposte impulsive è possibile perché l'ingresso è finito e applicando la definizione di uscita $y[n] = h[n] * x[n]$ in quanto l' $h[n]$ che si ottiene dalle TOT è in forma chiusa e non c'è bisogno di verificare la convergenza delle funzioni di trasferimento per ogni ingresso.	
In PRATICA		Avendo la $y[n]$ ricavo la sua TOT per l'ingresso $3\delta[n]$ usando la definizione $y[n] = h[n] * 3\delta[n]$. Dalle TOT di $y[n]$ ricavo la funzione di trasferimento calcolando i poli per la verifica della stabilità dopodiché inverto $H(z)$ e ricavo la $h[n]$ in funzione dell'ingresso applicato.	
RELAZIONE DI CONVOLUTIONE		$y[n] = h[n] * x[n] = h[n] * 3\delta[n] = 3 \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] \delta[n] = 3h[n] = h[n]$ $H'(z) = 3H(z)$ $H'(z) = \frac{A_1}{z-0,1} + \frac{A_2}{z-0,4}$ $A_1 = 3H(z) \frac{(z-0,1)}{z} \Big _{z=0,1} = 3 \frac{z^2}{(z-0,1)(z-0,4)} \frac{(z-0,1)}{z} \Big _{z=0,1} = \frac{2z}{(z-0,4)} \Big _{z=0,1} = \frac{0,2}{-0,3} = -2$ $A_2 = 3H(z) \frac{(z-0,4)}{z} \Big _{z=0,4} = \frac{6z}{(z-0,1)} \Big _{z=0,4} = \frac{2,4}{0,3} = 8$ $H(z) = -\frac{2}{3} \frac{z}{(z-0,1)} + \frac{8}{3} \frac{z}{(z-0,4)}$	
Stabilità del sistema		Del criterio per la ricerca delle condizioni di stabilità si ha che tutti i poli sono interni al cerchio di raggio unitario, dunque il sistema è stabile.	
Risposta all'impulso		$h[n] = -\frac{2}{3} (0,1)^n \mu[n] + \frac{8}{3} (0,4)^n \mu[n]$	
Conclusioni		In questa tipologia di esercizi essendo l'ingresso finito basta studiare un solo caso di $y[n]$ in quanto questa è in forma chiusa, cioè un'equazione in cui non è necessario calcolare i termini precedenti (Equazione Ricorsiva)	

Funzione di trasferimento

SCOPO

quando in ingresso c'è una sequenza infinita che produce una sequenza causale si può utilizzare questo metodo.

SEQUENZA IN INGRESSO

$$x[n] = 5\delta[n]$$

METODO DI STUDIO

$$Y(z) = H(z)X(z) \longrightarrow y[n] \quad \text{Ritrovo la sequenza in uscita invertendo la } H(z)$$

dalla teoria

CALCOLO DI $y[n]$

$$Y(z) = \frac{z^2}{z^2 - 0.5z + 0.04} \cdot \boxed{\frac{5z}{z-1}} = \frac{z^2}{(z-0.1)(z-0.4)} \cdot \frac{5z}{(z-1)}$$

↑
utilizzo la $H(z)$ in quanto è l'uscita del sistema LTI è fissa

Tot di $x[n]$

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{10z^3}{z(z-0.1)(z-0.4)(z-1)} = \frac{A_1}{(z-0.1)} + \frac{A_2}{(z-0.4)} + \frac{A_3}{(z-1)} = \dots =$$

$$= \frac{10}{27} \frac{z}{z-0.1} - \frac{80}{9} \frac{z}{z-0.4} + \frac{500}{27} \frac{z}{z-1}$$

ANTITRASFORMATA $H(z)$

$$y[n] = \frac{10}{27} (0.1)^n \delta[n] - \frac{80}{9} (0.4)^n \delta[n] + \frac{500}{27} \delta[n]$$

RISPOSTA A REGIME

$$y[\infty] = \lim_{n \rightarrow \infty} y[n] = \frac{500}{27}$$

PERCHE'

Utilizzando questo metodo otteniamo l'equazione a regime. Infatti se avessimo utilizzato lo studio con la funzione di trasferimento avremmo ottenuto un'espressione non causale che dovrebbe essere valida per ogni singolo ingresso cosa impossibile quando in ingresso c'è un segnale infinito.

TRASF. IN FORMA STANDARD

$$x[n] = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} n\right) \longrightarrow x[n] = 2 \cos\left(2\pi \frac{1}{6} n\right) \quad \text{segnale infinito.}$$

 $F_0 \rightarrow$ RISPOSTA IN FREQUENZA $H(F)$

$$H(z) \Big|_{z=e^{j2\pi F_0}} = H(F) \Big|_{F=F_0}$$



$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2}{1 - 0.5z^{-1} - 0.04z^{-2}}$$

$$H(F_0) = \frac{2}{1 - 0.5e^{-j2\pi \frac{1}{6}} - 0.04e^{-j4\pi \frac{1}{6}}} = \frac{2}{1 - 0.5e^{-j\frac{\pi}{3}} - 0.04e^{-j\frac{2\pi}{3}}} =$$

$$e^{-j\frac{\pi}{3}} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0.5 - j0.866$$

$$e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + j\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -0.5 - j0.866$$

$$1 - 0.5(0.5 - j0.866) - 0.04(-0.5 - j0.866) = 1 - 0.25 + j0.433 + 0.02 + j0.0346 = 0.77 + j0.4676$$

$$H(F_0) = \frac{2}{0.77 + j0.4676} = \frac{0.77 - j0.4676}{0.77^2 + 0.4676^2} = \frac{1.54 - j0.92}{0.8} = 1.92 - j1.15$$

MODULO Risp. in FREQUENZA

$$|H(F_0)| = \left[(1.92)^2 + (1.15)^2 \right]^{1/2} = [3.7 + 1.3]^{1/2} = [5]^{1/2} = 2.236$$

FASE Risp. in FREQUENZA

$$\angle H(F_0) = \tan^{-1} \left[\frac{H_i(F_0)}{H_r(F_0)} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{-1.15}{1.92} \right] = \tan^{-1}(-0.6) \approx -30^\circ = -\frac{\pi}{6}$$

$$H(F_0) = |H(F_0)| e^{j\angle H(F_0)} = 2.236 e^{j-0.6}$$

STRUTTURA USCITA

$$y[n] = [\text{segnale totale}] \cdot H(F_0) = |H(F_0)| [\text{segnale totale}] e^{j\angle H(F_0)} = |H(F_0)| [\text{segnale totale mod. ficato in fase}]$$

USCITA di SPECIE

$$y[n] = |H(F_0)| 2 \cos\left(2\pi F_0 n + \angle H(F_0)\right) = 2.236 2 \cos\left(2\pi \frac{1}{6} n + (-0.6)\right) \quad \text{L'uscita è compo-
tamente descritte.}$$

OSSERVAZIONE

$$H(z) \longrightarrow H(F) \longrightarrow y[n] \quad \text{Risposta in frequenza (produce la descrizione del
segnale)}$$

funzione di trasferimento } producono sequenze aperiodiche
Risposte impulsive

Funzione di TRASFERIMENTO con TRANSITORIO

PERCHE'

quando in ingresso abbiamo una sequenza semiinfinita utilizziamo

INGRESSO

$$x[n] = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} n\right) u[n]$$

CALCOLO $X(z)$

trasformazione in forma standard $x[n] = 2 \cos\left(2\pi \frac{1}{6} n\right)$

$$\text{Scomposizione di } x[n] = 2 \left[\frac{e^{j2\pi \frac{1}{6} n} - e^{-j2\pi \frac{1}{6} n}}{2} \right] u[n] = \left(e^{j2\pi \frac{1}{6} n} - e^{-j2\pi \frac{1}{6} n} \right) u[n]$$

$$\begin{aligned} \text{Dalla definizione di } \text{TOZ} \quad X(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(e^{j2\pi \frac{1}{6} n} - e^{-j2\pi \frac{1}{6} n} \right) u[n] z^{-n} = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{j2\pi \frac{1}{6} n} + e^{-j2\pi \frac{1}{6} n} \right) z^{-n} = \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} e^{j2\pi \frac{1}{6} n} z^{-n}}_1 + \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-j2\pi \frac{1}{6} n} z^{-n}}_2 = \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} \sum_{n=0}^{\infty} e^{j2\pi \frac{1}{6} n} z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1} \right)^n = \frac{1}{1 - e^{j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1}}$$

$$\textcircled{2} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j2\pi \frac{1}{6} n} z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{-j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1} \right)^n = \frac{1}{1 - e^{-j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1}}$$

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{1}{1 - e^{j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1}} + \frac{1}{1 - e^{-j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1}} = \frac{1 - e^{-j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1} + 1 - e^{j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1}}{1 - e^{j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1} - e^{-j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1} + e^{j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1} e^{-j2\pi \frac{1}{6}} z^{-1}} = \\ &= \frac{2 - (e^{j2\pi \frac{1}{6}} + e^{-j2\pi \frac{1}{6}}) z^{-1}}{1 - (e^{j2\pi \frac{1}{6}} + e^{-j2\pi \frac{1}{6}}) z^{-1} + z^{-2}} = \frac{2 - 2 \cos(\pi/3) z^{-1}}{1 - 2 \cos(\pi/3) z^{-1} + z^{-2}} = \frac{2(1 - \cos(\pi/3) z^{-1})}{1 - 2 \cos(\pi/3) z^{-1} + z^{-2}} = \\ &= \frac{2(1 - 0.5 z^{-1})}{1 - 2 \cdot 0.5 z^{-1} + z^{-2}} = \frac{2(1 - 0.5 z^{-1})}{1 - z^{-1} + z^{-2}} = \frac{2z^2 - z}{z^2 - z + 1} \end{aligned}$$

CALCOLO DEI POLI DI $Y(z)$

$$Y(z) = H(z) X(z) = \frac{2z^2}{(z-0.1)(z-0.4)} \cdot \frac{2z^2 - z}{z^2 - z + 1} \quad \begin{aligned} z_1 &= \frac{1 - j\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos(-\pi/6) + j \sin(-\pi/6) = e^{-j\pi/6} \\ z_2 &= \frac{1 + j\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos(\pi/6) + j \sin(\pi/6) = e^{j\pi/6} \end{aligned}$$

$$Y(z) = \frac{A_1}{z} + \frac{A_2}{(z-0.1)} + \frac{A_3}{(z-0.4)} + \frac{A_4}{(z-e^{j\pi/6})} + \frac{A_5}{(z-e^{-j\pi/6})} \quad \text{con } A_4 = A_5^*$$

$$A_1 = \left. Y(z) \frac{z}{z} \right|_{z=0} = \frac{2z^2}{(z-0.1)(z-0.4)} \cdot \frac{2z^2 - z}{z^2 - z + 1} \cdot \frac{(z-0.1)}{z} \Big|_{z=0} = \frac{0.2}{-0.3} \cdot \frac{-0.08}{0.91} = \frac{-0.016}{-0.273} = \frac{16}{273}$$

in modo analogo si calcola A_2, A_3, A_4 ma con l'accorgimento che $A_4 = A_5^*$
 $\{z_1, z_2, z_3\} = \left\{ \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, 1 + j\sqrt{3}, -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$

$$\begin{aligned} A_3 &= \left. Y(z) \frac{(z-e^{j\pi/6})}{z} \right|_{z=e^{j\pi/6}} = \frac{2z^2}{(z-0.1)(z-0.4)} \cdot \frac{2z^2 - z}{(z-e^{j\pi/6})(z-e^{-j\pi/6})} \cdot \frac{(z-e^{j\pi/6})}{z} \Big|_{z=e^{j\pi/6}} = \frac{1 + j\sqrt{3}}{(0.4 + j\frac{\sqrt{3}}{2})(0.1 + j\frac{\sqrt{3}}{2})} \cdot \frac{(-1 + j\sqrt{3}) - (\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})}{1} = \\ &= \frac{(1 + j\sqrt{3}) \left(-\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{-0.24 + j0.25\sqrt{3}} = \frac{-3 - j\sqrt{3}}{-0.24 + j0.25\sqrt{3}} = \frac{-(3 + j\sqrt{3})}{-(0.24 - j0.25\sqrt{3})} = \frac{0.71 + j0.25\sqrt{3}}{0.24 + j0.25\sqrt{3}} = \frac{1.38 + j1.46\sqrt{3}}{0.24 + j0.25\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$|A_3| = \sqrt{4.08 + 1.78} = 2.42 \quad \angle A_3 =$$

Conclusioni

$$Y(z) = \frac{16}{273} \frac{z}{z-0.1} + \frac{16}{57} \frac{z}{z-0.4} + \frac{A_3 z}{z-e^{j\pi/6}} + \frac{A_3^* z}{z-e^{-j\pi/6}} \rightarrow Y[n] = \frac{16}{273} (0.1)^n u[n] + \frac{16}{57} (0.4)^n u[n] + A_3 (e^{j\pi/6})^n u[n] + A_3^* (e^{-j\pi/6})^n u[n] =$$

$$A_3 (e^{j\pi/6})^n u[n] + A_3^* (e^{-j\pi/6})^n u[n] = u[n] \left[|A_3| e^{j\angle A_3} e^{j\pi/6 n} + |A_3| e^{-j\angle A_3} e^{-j\pi/6 n} \right] = 2 \left(|A_3| \cos(e^{j\pi/6} + \angle A_3) \right) u[n]$$

TESTO

Dato un sistema LTI con la seguente funzione di trasferimento implementare il relativo schema

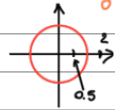
$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}}$$

VERIFICA STABILITÀ

Ricerca dei poli di $H(z)$ $H(z) = \frac{z^2}{z^2 - 5z + 2} \Rightarrow z_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-4}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \quad \{z_1, z_2\} = \{2, 0.5\}$

$$H(z) = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-2)}$$

Calcolo della ROC: la regione di convergenza deve contenere il cerchio di Raggio unitario



ROC: $\{z: 0.5 < |z| < 2\} \Rightarrow$ anti trasformato è una sequenza bi laterale

CALCOLO ANTITRASFERTA

$$\frac{H(z)}{z} = \frac{A_1}{z-0.5} + \frac{A_2}{z-2}$$

$$A_1 = H(z) \cdot \frac{(z-0.5)}{z} \Big|_{z=0.5} = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-2)} \cdot \frac{(z-0.5)}{z} \Big|_{z=0.5} = \frac{1}{\frac{1}{2}-2} = \frac{2}{1-4} = -\frac{2}{3}$$

$$A_2 = H(z) \cdot \frac{(z-2)}{z} \Big|_{z=2} = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-2)} \cdot \frac{(z-2)}{z} \Big|_{z=2} = \frac{2z}{(z-0.5)} \Big|_{z=2} = \frac{4}{2-0.5} = \frac{8}{3}$$

$$H(z) = \frac{A_1 z}{z-0.5} + \frac{A_2 z}{z-2} = -\frac{2}{3} \frac{z}{z-0.5} - \frac{8}{3} \frac{z}{z-2} = H_1(z) + H_2(z)$$

RISPOSTA IMPULSIVA

$$h[n] = -\frac{2}{3} (0.5)^n \mathcal{U}[n] + \frac{8}{3} (2)^n \mathcal{U}[n-1]$$

CAUSALE ANTICAUSALE

un sistema implementato con questa funzione di trasferimento prende una retroazione.

IMPLEMENTAZIONE DEL SISTEMA LTI

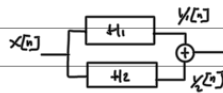
per l'implementazione consolo
separatamente $H_1(z)$ e $H_2(z)$
uno in avanti ed uno all'indietro

$$H_1(z) = -\frac{2}{3} \frac{z}{z-0.5} = \frac{Y(z)}{X(z)} \Rightarrow -2zX(z) = 3Y(z)(z-0.5) \Rightarrow -\frac{2}{3}X(z) = Y(z)(1-0.5z^{-1})$$

$$-\frac{2}{3}X(z) = Y(z) - 0.5Y(z)z^{-1} \Rightarrow Y(z) = 0.5Y(z)z^{-1} - \frac{2}{3}X(z)$$

$$H_2(z) = \frac{8}{3} \frac{z}{z-2} = \frac{Y_2(z)}{X(z)} \Rightarrow \frac{8}{3}X(z)z = Y_2(z)(z-2) \Rightarrow \frac{8}{3}X(z)z = Y_2(z)z - 2Y_2(z)$$

$$Y_2(z) = 2Y_2(z) + \frac{8}{3}X(z)z \Rightarrow Y_2(z) = 2Y_2(z) + \frac{8}{3}X(z)z$$



L'equazione di uscita non è la somma delle due equazioni alle differenze finite, non possono essere unite in quanto in una vi è la retroazione in avanti e nell'altra la retroazione all'indietro.

SOLUZIONE CON INGRESSO SPECIFICO

trovare la risposta a Regime del sistema LTI sopra descritto quando $X[n] = \delta[n]$

• COSA CERCARE

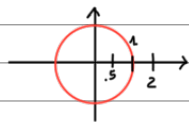
Risposta con $Y[0]$

• COME FACCIO

Ricavo $Y(z)$ antitrasformando: $Y(z) = H(z)X(z) = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-2)} \cdot \frac{z}{z-1}$

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{A_1}{(z-0.5)} + \frac{A_2}{(z-2)} + \frac{A_3}{(z-1)} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = Y(z) \frac{(z-0.5)}{z} \Big|_{z=0.5} = \frac{0.5}{0.75} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3} \\ A_2 = \frac{16}{3} \quad A_3 = -4 \end{array} \right.$$

$$ROC_y = ROC_H \cap ROC_X = \{z: 0.5 < |z| < 2\} \cap \{z: |z| < 1\} = \{z: 0.5 < |z| < 1\}$$



$$\begin{array}{l} \text{Polo } z=0.5 \Rightarrow ROC \text{ non su } \Rightarrow \frac{2}{3}(0.5)^n \mathcal{U}[n] \\ \text{Polo } z=2 \Rightarrow ROC \text{ non su } \Rightarrow \frac{16}{3}(2)^n \mathcal{U}[n-1] \\ \text{Polo } z=1 \Rightarrow ROC \text{ non su } \Rightarrow -4 \mathcal{U}[n] \end{array}$$

Conclusione

$$Y[n] = \frac{2}{3} (0.5)^n \mathcal{U}[n] - \frac{16}{3} (2)^n \mathcal{U}[n-1] - 4 \mathcal{U}[n] \Rightarrow Y[0] = -4$$

tende a 0 per $n \rightarrow \infty$

per $n \rightarrow \infty$ $(-n-1) \leq 0$ per cui $\mathcal{U}[n-1] = 0$ qualunque l'intero termine è nullo

per $n \rightarrow \infty$ questo termine $\rightarrow -4$

METODO ALTERNATIVO

Calcolo delle sequenze d'uscita mediana e risposta impulsiva

$$y[n] = h[n] * x[n] = u[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[k] h[n-k] = \sum_{k=0}^n h[n-k] = \sum_{m=n}^{-\infty} h[n-k] = \sum_{m=-\infty}^n h[m]$$



Da notare che $h[m]$ è quella delle Risposta IMPULSIVA

Con la sostituzione $n-k=m$
 $\begin{matrix} m=n & , & m=-n \\ k=0 & , & k=n \end{matrix}$

$$\sum_{m=-\infty}^n h[m] = \sum_{m=-\infty}^n \left[\underbrace{-\frac{8}{3} (0.5)^m \mu[m]}_{\text{CAUSALE}} + \underbrace{\frac{8}{3} (2)^m \mu[-m-1]}_{\text{ANTICAUSALE}} \right] = \sum_{m=-\infty}^{-1} \underbrace{\frac{8}{3} (2)^m \mu[-m-1]}_{\text{ANTICAUSALE}} + \sum_{m=0}^n \underbrace{-\frac{2}{3} (0.5)^m \mu[m]}_{\text{CAUSALE}} =$$

$$= \frac{8}{3} \sum_{m=-\infty}^{-1} (2)^m - \frac{2}{3} \sum_{m=0}^{\infty} (0.5)^m = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \sum_{m=-\infty}^0 (2)^m - \frac{2}{3} \sum_{m=0}^{\infty} (0.5)^m =$$

$$= \frac{8}{3} \left(1 - \sum_{m=0}^{\infty} (2)^{-m} \right) - \frac{2}{3} \sum_{m=0}^{\infty} (0.5)^m = \frac{8}{3} \left(1 - \frac{1}{1-0.5} \right) - \frac{2}{3} \frac{2}{1-0.5} =$$

$$= \frac{8}{3} \left(1 - \frac{2}{2-1} \right) - \frac{2}{3} \frac{2}{2-1} = -\frac{8}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{12}{3} = -4$$